ODLUČIVANJE U SITUACIJAMA RIZIKA I MOGUĆNOST FORMALIZACIJE AVERZIJE PREMA RIZIKU

Istraživanje problematike racionalnog komandovanja i rukovođenja složenim vojnim sistemima ukazuje na potrebu proučavanja nedovoljno istraženih fenomena procesa donošenja odluka u svim njegovim fazama. U ovom članku biće reči o potrebi zamene originalnih konsekvenci alternativa pojmom korisnosti i o mogućnosti formalizacije averzije donosilaca odluka (komandanata) prema riziku.

Situacije u kojima donosilac odluke odlučuje su toliko raznovrsne koliko je raznovrsna i ljudska delatnost. To ipak ne znači da se problemi odlučivanja, a time i odluke ne mogu klasificirati prema nekim zajedničkim svojstvima. S tim u vezi su i nastojanja da se problemi odlučivanja razvrstaju na način koji bi omogućio sistematizaciju tehnike i modela za njihovo rešavanje. Predlažu se različite klasifikacije, već u zavisnosti od svojstva koje je uzeto kao signifikantno. Jedna od tih zasniva se na stepenu poznavanja verovatnoća nastupanja različitih stanja okruženja (prirode). Prema toj osnovi razvrstavaju se problemi odlučivanja na:

— odlučivanje pri određenosti,

— odlučivanje pri riziku,

— odlučivanje pri neodređenosti i

— odlučivanje pri konfliktu sa protivnikom.

U prvim trima grupama donosilac odluke se nalazi u igri protiv prirode i pri tome njegovi interesi nisu u direktnom sukobu sa interesima prirode, za razliku od konfliktnih situacija u kojima se vodi igra dva ili više razumnih protivnika pri konfliktu njihovih ciljeva i interesa.

Kako je sadržaj ovog članka razmatranje mogućnosti formalizacije averzije donosioca odluke prema riziku korišćenjem odgovarajućeg aksiomatskog sistema, to ćemo se zadržati samo na situacijama odlučivanja pri riziku na kakve možemo svesti mnoge realne situacije u vojnim sistemima.

Pre nego pređemo na razradu odlučivanja pri riziku, definiraćemo i ostale navedene vrste odlučivanja:

— *Odlučivanje pri određenosti (pri sigurnosti)* pretpostavlja situaciju u kojoj donosilac odluke sa sigurnošću poznaje stanje prirode (okruženja) koje će se zbiti, ali ima na raspolaganju veliki broj vlastitih alternativa, što otežava izbor najbolje akcije bez upotreba nekog metoda kvantitativne analize (npr. linearnog programiranja).

— *Odlučivanje pri neodređenosti (pri nesigurnosti)* pretpostavlja situaciju u kojoj postoji više relevantnih stanja prirode, čije verovatnoće nastupanja nisu poznate donosiocu odluke, ili pojave nemaju repetitivni karakter pa se o verovatnoćama nastupanja pojedinih stanja prirode ne može govoriti. Kakav kriterij možemo koristiti u takvoj igri sa prirodom, a da naš izbor najbolje alternative bude objektivan? Poznata su četiri osnovna kriterija u odlučivanju pri neodređenosti: *kriterij pesimizma, kriterij optimizma, kriterij minimalnog žaljenja i kriterij racionalnosti.*

— *Odlučivanje pri konfliktu sa protivnikom* pretpostavlja situaciju u kojoj dva (ili više) razumna protivnika nastoje da pronađu svako za sebe optimalnu strategiju dejstva, pri čemu raspolažu sa nepotpunom informacijom o namerama protivnika. Ciljevi i interesi protivnika su u direktnom konfliktu. Dok u igri protiv prirode donosilac odluke ne mora očekivati da će priroda uvek »odabrati« stanje koje mu najmanje odgovara, dotle u igri sa razumnim protivnikom treba očekivati da će protivnik učiniti sve da utvrdi naše namere i da nam suprotstavi najbolji odgovor. U teoriji igara se razrađuje matematički model za utvrđivanje optimalnih strategija učesnika konfliktne igre.

1. ODLUČIVANJE PRI RIZIKU

Odlučivanje pri riziku pretpostavlja situaciju u kojoj postoji više relevantnih stanja prirode (okruženja), čije su verovatnoće nastupanja poznate donosiocu odluke. Donosilac odluke, dakle, ima veći broj vlastitih alternativa S_i, zna koja se buduća stanja okruženja N_i mogu zbiti i sa kakvom verovatnoćom p_j, i konačno zna efekte e_{ij} svojih alternativa u svakom od mogućih stanja prirode. Takvu situaciju možemo sasvim uspešno prikazati matričnim modelom:

		Stanje prirode i verovatn.		
		N_1 p_1	. . . .	N_n p_n
Alternative	S_1	e_{11}	. . . . .	e_{1n}
	. .	. .	. . . . .	. .
	. .	. .	. . . . .	. .
	. .	. .	. . . . .	. .
	S_m	e_{m1}	. . . . .	e_{mn}

Suma verovatnoća nastupanja pojedinih stanja prirode jednaka je jedinici:

$$\sum_{j=1}^{n} p_j = 1; \qquad (1)$$

U realnim situacijama retko se može govoriti o poznavanju objektivnih verovatnoća nastupanja pojedinih relevantnih stanja prirode. Teško je prihvatiti da se u prirodi situacije u kojima se odlučuje ponavljaju, tako da se pre može govoriti o subjektivnim verovatnoćama kao procenama donosioca odluke, nego o izračunatim verovatnoćama. To je posebno karakteristično za vojne situacije. Zbog ove očevidne poteškoće, postavlja se pitanje: da li odlučivanje pri riziku treba uopšte izdvajati iz odlučivanja pri neodređenosti?

Mnogi donosioci odluka smatraju da raspolažu sa dovoljno informacija za definiranje verovatnoća (objektivnih ili subjektivnih), te ćemo razmatrati kriterije pomoću kojih se može pronaći najpovoljnija alternativa u odlučivanju pri riziku.

Racionalan donosilac odluke odabraće u situaciji odlučivanja pri riziku kao najbolju onu alternativu koja mu donosi najveću očekivanu vrednost korisnosti. Očekivana vrednost i-te alternative računa se prema Bayesovom pravilu odlučivanja:

$$E(S_i) = \sum_{j=1}^{n} e_{ij} p_j; \qquad (2)$$

gde su:
$E(S_i)$ — očekivana vrednost i-te alternative;
e_{ij} — efekat iz matrice plaćanja
p_j — verovatnoća nastupanja j-tog stanja prirode.

Kriterij izbora alternative sa maksimalnom očekivanom vrednosti korisnosti često je na udaru kritike. Pretpostavimo da su efekti alternativa izraženi u novčanim jedinicama. Nije isključeno da prema kriteriju (2) bude najpovoljnija alternativa koja u jednom od mogućih stanja ima negativan efekat za donosioca odluke. Iako je niska verovatnoća stanja prirode u kojem se nalazi negativni efekat (u protivnom alternativa sa negativnim efektom ne bi mogla prema kriteriju (2) biti najpovoljnija), ipak postoji mogućnost da se to nepovoljno stanje prirode zbije, pa se postavlja pitanje da li se donosilac odluke može osloniti na kriterij koji ga može dovesti u tešku situaciju. Ista je stvar i u situacijama u kojima se konsekvence alternativa izražavaju preko drugih veličina.

Pokažimo to na jednom zamišljenom primeru.

Komandant »crvenih« treba hitno da uputi 50 protivtenkovskih topova kao pojačanje udaljenoj potčinjenoj jedinici. On to može učiniti transportnim vozom, ili da formira kolonu od raspoloživih transportnih kamiona. Kriterij za odluku mu je maksimalni broj neuništenih topova na cilju. U posmatranom periodu »plavi« imaju nadmoć u vazduhu i taj faktor je presudan za uspeh ili neuspeh dostavljanja topova na prvu borbenu liniju.

Kako je pozna jesen, postoji znatna verovatnoća da će uslovi za letenje biti nepovoljni (složeni), ili da će magla koja je u tom kraju česta u poznu jesen potpuno onemogućiti poletanje protivničkih aviona. Stoga komandant zahteva da meteorološka služba dâ prognozu za tri relevantna stanja prirode: magla, složeni meteorološki uslovi za poletanje i jednostavni meteorološki uslovi. Štabnim organima daje zadatak da razrade matrični model odlučivanja pri riziku sa dve vlastite alternative, prevoz železnicom i prevoz cestom, i sa tri navedena stanja prirode. Prognoza meteorološke službe o verovatnoćama nastupanja stanja prirode iznosi respektivno: 0.25, 0.50 i 0.25.

Rezultati izvršenja (konsekvence) pojedinih alternativa u svakom stanju prirode mogu se dobiti na osnovu iskustvenih podataka o gubicima pri napadu avijacije »plavih« na transportni voz i kolone transportnih kamiona, uz aktivnu protivavionsku odbranu napadnutih. Rezultati su izraženi u broju neuništenih protivtenkovskih topova (u daljem tekstu PTT) dopremljenih na cilj, i oni u ovom slučaju predstavljaju procenu autora. Jasno je da se ti rezultati mogu proračunati sa manje ili više aproksimacije, ali to u ovom članku nije od značaja.

		Stanje prirode i verovatnoće		
		Magla	Složeni met. usl.	Jednost. uslovi
		$p_1=0,25$	$p_2=0,50$	$p_3=0,25$
Art. „crvenih"	Transp. železn. S_1	50	40	10
	Transp. kamion. S_2	45	35	25

Primenimo li obrazac (2) o očekivanoj vrednosti strategija S_1 i S_2, dobićemo:

$E\ (S_1) = 50 . 0 . 25 + 40 . 0 \pm 50 + 10 . 0 . 25 — 35$ neuništenih PTT

$E\ (S_2) = 45 . 0 . 25 + 35 . 0 . 50 + 25 . 025 = 35$ neuništenih PTT

Iz gornjih proračuna proizlazi da su obe alternative jednako vredne. Ako, pak, izuzmemo treće stanje prirode, vidimo da je strategija S_1 nadmoćnija od strategije S_2 u prva dva stanja prirode, koja zajedno imaju vrednost verovatnoće nastupanja 0,75. Neracionalan donosilac odluke bi mogao prema gornjim podacima dati prednost prvoj strategiji.

Međutim, šta znači i koliko je »težak« rizik da, ako nastupe jednostavni meteorološki uslovi za poletanje avijacije »plavih«, jedinice »crvenih« dobiju samo 10 protivtenkovskih topova. To može da bude ravno katastrofi jedinica kojima su topovi upućeni. Očevidno da mera dobrote alternativa nije dobro odabrana i može dovesti do donošenja pogrešne odluke. Nije, naime dovoljno ponderisana nepoželjnost situacije da (bez obzira na stepen verovatnoće) jedinice na liniji fronta ostanu bez mogućnosti efikasnog otpora oklopnim snagama »plavih«.

Znači li to da odabrani kriterij nije racionalan?

Mi ćemo pokazati da je kriterij dobar, ali da način izražavanja — merenja efekata alternativa nije dobar. Ako je neka situacija nedopustivo loša za donosioca odluke sa stanovišta njegovih preferencija ili njegovih mogućnosti, onda to treba da dođe do izražaja i u rezultatima koji čine matricu plaćanja posmatrane situacije odlučivanja.

Uvođenjem tzv. funkcije korisnosti i Bernoullievog principa odlučivanja omogućuje se formalizacija averzije donosioca odluke prema riziku i korekcija efekata (konsekvenci) alternativa u skladu sa preferencijama donosioca odluke.

2. POJAM KORISNOSTI I BERNOULLIEV PRINCIP ODLUČIVANJA

Kao što smo pokazali, česte su realne situacije kada izražavanje korisnosti pojedinih alternativa u novčanim jedinicama (ili drugim neadekvatnim jedinicama) može da dovede u zabludu donosioca odluke i da ga u situacijama rizika navede na izbor alternativa koje mogu dovesti u pitanje opstanak sistema u kome se donose odluke. J. Neumann i O. Morgenstern (3) razradili su način da se korisnosti preobrate u brojne veličine, koje vernije odražavaju efekte alternativa i sa kojima se može računati. Oni kažu u navedenom radu: »Mi smo praktično odredili brojčanu korisnost kao objekt, za koji se izračunavanje matematičkog očekivanja javlja zakonitim«. Zbog svojevremenog predloga D. Bernoullia da se pri rešavanju tzv. Petrogradskog paradoksa upotrebi »moralno očekivanje« umesto matematičkog, princip odlučivanja na ovako zasnovanoj korisnosti naziva se — Bernoulliev princip odlučivanja.

Aksiome na kojima bazira praktična primena teorije korisnosti u problemima odlučivanja iznećemo prema Luce i Raiffa (2). Tačke 2.1. i 2.2. se ovde prilažu kao matematička potvrda ispravnosti postupka, a čitaoci koje zanima samo mogućnost praktične primene Bernoullievog principa odlučivanja mogu ove dve tačke preskočiti.

2.1. *Lutrija*

Situacija odlučivanja pri riziku može biti prikazana i kao lutrija, pri čemu stanja prirode predstavljaju grane lutrije, a pripadajuće verovatnoće predstavljaju diskontinuiranu razdeobu verovatnoća.

Simbolički se piše:

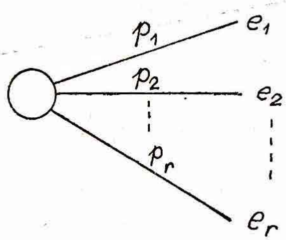
$$L = (p_1 e_1, p_2 e_2, \ldots, p_r e_r);$$

Na slici 1 dat je prikaz lutrije L (jedna od alternativa u modelu odlučivanja pri riziku; svakom od r stanja prirode pridružuje se jedna od verovatnoća p_i i jedan od rezultata e_i).

Prikazom pojedinih alternativa donosioca odluke preko lutrija, omogućuje sa zamena originalnih konsekvenci (rezultata iz matrice plaćanja) odgovarajućim korisnostima u_i i izbor najbolje alternative.

Lutrija može biti složena. To je lutrija koja ima nekoliko grana, a svaka od njih se dalje grana. Na krajevima tih grana su posmatrani događaji $e_1, e_2, \ldots, e_r$.

Takva složena lutrija prikazana je na slici 2.



Sl. 1 — Lutrija L

q_i — verovatnoća da će se desiti lutrija $L^{(i)}$;

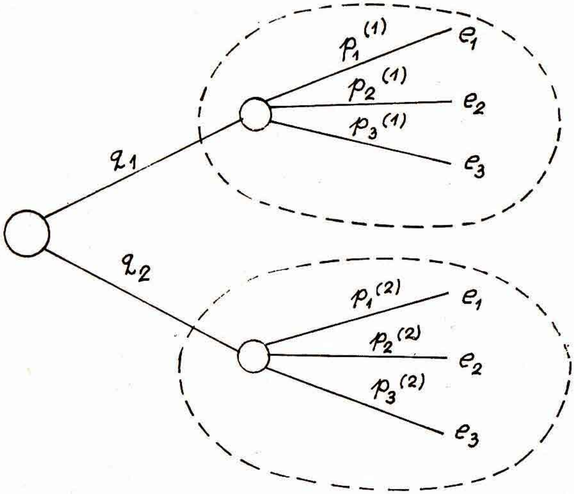
$p_j^{(i)}$ — uslovna verovatnoća da će u lutriji $L^{(i)}$ nastupiti stanje j.

Simbolički to pišemo:

$$L = (q_1 L^{(1)}, q_2 L^{(2)});$$

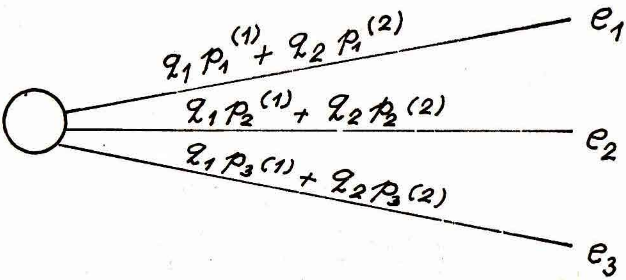
gde je:

$$L^{(i)} = (p_1^{(i)} e_1, p_2^{(i)} e_2, p_3^{(i)} e_3); \text{ za } i = 1,2;$$



Sl. 2— Složena lutrija

Svaka se složena lutrija može prevesti u jednostavnu, kao što je to prikazano na slici 3.



Sl. 3 — Jednostavna lutrija

Ovo upoznavanje sa teoretskim svojstvima lutrija (složenih i jednostavnih) bilo je potrebno da bi se mogao shvatiti postupak zamene originalnih konsekvenci e_i korisnostima u_i.

U narednoj tački upoznaćemo se sa sistemom aksioma putem kojih donosilac odluke najpre svaku konsekvencu e_i pretvara vlastitim izborom verovatnoća u lutriju između dve ekstremne vrednosti (najbolje i najlošije), dobivši na taj način složenu lutriju. Svođenjem složene lutrije na jednostavnu, donosilac odluke upoređuje alternative (svakoj alternativi pripadaće po jedna složena, odnosno jednostavna lutrija), upoređujući očekivane vrednosti jednostavnih lutrija samo sa grana koje odgovaraju najboljoj (najpreferbilnijoj) vrednosti, obično označenoj sa e_1.

Upravo o tome će biti reči u aksiomatskom sistemu prema Luceu i Raiffi.

2.2. *Sistem aksioma prema Luce i Raiffa*

Aksioma 1 — Preferentna struktura (Rangiranje rezultata prema poželjnosti)

Za bilo koja dva događaja važi ili preferentna izjava $\gtrsim$ ili indiferentna izjava $\sim$ i one su tranzitivne.

Iz $e_i \gtrsim e_j$ i $e_j \gtrsim e_k$ sledi $e_i \gtrsim e_k$.

Usvojiti ćemo da su događaji sređeni, odnosno da je:

$e_1 \gtrsim e_2 \gtrsim e_3 \gtrsim \ . \ . \ . \ \gtrsim e^I$.

To znači da za bilo koja dva događaja (rezultata) donosilac odluke može da se odluči koji je od njih za njega poželjniji, ili da utvrdi da je između njih indiferentan (rezultati jednake poželjnosti).

Aksioma 2 — Redukcija složenih lutrija.

Svaka složena lutrija indiferentna je prema jednostavnoj.

Ako je lutrija

$$L^{(i)} = (p_1^{(i)} e_1, p_2^{(i)} e_2, \dots, p_r^{(i)} e_r), \qquad i = 1,2, \dots, s$$

ugrađena u lutriju L sa verovatnoćom q_i, onda važi

$$(q_1 L^{(1)}, q_2 L^{(2)}, \dots, q_s L^{(s)}) \sim (p_1 e_1, p_2 e_2, \dots, p_r e_r),$$

pri čemu je

$$p_i = q_1 p_i^{(1)} + q_2 p_i^{(2)} + \dots + q_s p_i^{(s)};$$

Aksioma 3 — Kontinuitet

Svaki događaj e_i indiferentan je prema lutriji od e_1 i e_r.

$0 \leq u_i \leq 1$, tako da

$$e_i \sim (u_i e_1, Oe_2, \ldots, Oe^{r-1}, (1-u_i) e_r);$$

Skraćeno:

$$e_i \sim (u_i e_1, (1-u_i) e_r) = \tilde{e}_i;$$

Aksioma 4 — Zamenljivost

U svakoj lutriji L je e_i zamenljivo sa $\tilde{e}_i$.

$$(p_1 e_1, \ldots, p_i e_i, \ldots, p_r e_r) \sim (p_1 e_1, \ldots, p_i \tilde{e}_i, \ldots, p_r e_r);$$

Aksioma 5 — Tranzitivnost
Preferentnost i indiferentnost su u lutriji tranzitivni odnosi.
Iz aksioma od 1 do 5 sledi:

$$(p_1 e_1, p_2 e_2, \ldots, p_r e_r) \sim (pe_1, (1-p) e_r),$$

gde je

$$p = p_1 u_1 + p_2 u_2 + \ldots + p_r u_r;$$

u_i se određuje prema aksiomi 3 i zove se indeks korisnosti.

Aksioma 6 — Monotonija

Lutrija $(pe_1, (1-p) e_r)$ biće preferabilnije za donosioca odluke od lutrije $(p' e_1, 1-p') e_r)$ tada i samo tada kada je $p \geqslant p'$.
Iz tih 6 aksioma sledi *teorema:*

Ukoliko u jednom problemu odlučivanja preferentne izjave $\gtrsim$ i indiferentne izjave $\sim$ ispunjavaju aksiome 1—6, onda za svaku konsekvencu e_i egzistira jedan broj u_i sa svojstvom da veličine očekivanih vrednosti $p_1 u_1 + p_2 u_2 + \ldots + p_r u_r$ i $p'_1 u_1 + p'_2 u_2 + \ldots + p'_r u_r$ iskazuju preferenciju odnosno indiferenciju između lutrije L i L'.

Kako se svakom događaju e_i dodeljuje jedna vrednost u_i, funkcija u (e) naziva se funkcijom korisnosti. U normalnom slučaju je funkcija korisnosti neprekinuta monotono rastuća funkcija. Oblik funkcije korisnosti (konkavnost, konveksnost) zavisi od stava donosioca odluke prema riziku, odnosno da li on ima averziju prema riziku, ili pak voli da donosi rizične odluke.

Bernoulliev princip odlučivanja zahteva da se optimalna odluka bira tako da je očekivana vrednost funkcije korisnosti odabrane alternative maksimalna.

Kada je funkcija korisnosti određena, Bernoulliev princip odlučivanja postaje pravilo odlučivanja.

2.3. *Primena Bernoullievog principa odlučivanja*

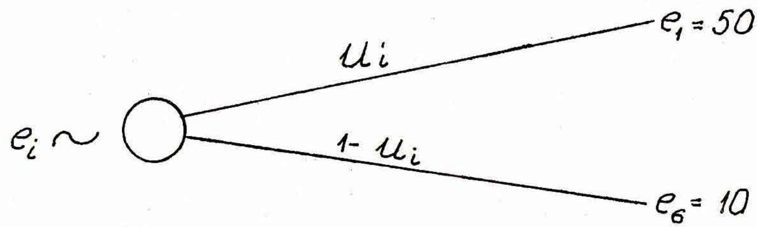
Vratimo se našem primeru odlučivanja pri riziku. Iskoristićemo iznete aksiome iz teorije korisnosti za proveru dobrote alternativa S_1 i S_2, ali sa korigiranim merilima efikasnosti strategija. Najpre rangiramo sve rezultate prema preferencijama donosioca odluke (shodno aksiomi 1):

$$e_1 = 50; e_2 = 45; e_3 = 40; e_4 = 35; e_5 = 25; e_6 = 10.$$

Za najpreferabilniji rezultat usvajamo $e_1 = 50$, a za najnepreferabilniji $e_6 = 10$. To znači da je za »crvene« kao donosioca odluke najpoželjnije da na cilj dospeju svih 50 protivtenkovskih topova, a najnepoželjnije samo 10.

Shodno aksiomi 3, treba konstruirati funkciju korisnosti za donosioca odluke koja će odražavati njegovu sklonost ka riziku.

To se čini na taj način da se donosiocu odluke postavlja niz sledećih pitanja: koji broj neuništenih PTT dopremljenih do cilja ima za njega istu vrednost kao igranje lutrije sa odabranom verovatnoćom dobijanja najpreferabilnijeg rezultata (50) i komplementarnom verovatnoćom dobijanja najnepreferabilnijeg rezultata (10)?



Sl. 4 — Indiferentnost e_i i lutrije L

Donosilac odluke može i za svaki pojedinačni rezultat e_i ispitati svoju indiferentnost između posmatrane sigurne vrednosti e_i i lutrije u kojoj se dobija najpreferabilniji rezultat e_1 sa verovatnoćom u_i i najnepreferabilniji rezultat e_6 sa verovatnoćom $(1—u_i)$. Kako većina ljudi ima averziju prema riziku, to je skoro uvek e_i manje od očekivane vrednosti lutrije prema kojoj donosilac odluke meri svoju indiferentnost. Indiferentnost donosioca odluke između neke određene vrednosti e_i i lutrija dobijanja e_1 ili e_6 sa verovatnoćom u_i koju je sam procenio. Da se, ipak, ne bi za svaki rezultat pojedinačno ispitivale preferencije donosioca odluke, najpogodnije je najpre konstruisati funkciju korisnosti donosioca odluke, a nakon toga očitati vrednosti u_i za rezultate iz konkretnog primera. To se čini postavljanjem pomenutih pitanja donosiocu odluke; odgovori na takva pitanja daju mogućnost da se definira nekoliko tačaka funkcije korisnosti, a preko njih i krivulja. Ti odgovori su dati u donjoj tabeli, a na slici 5 data je pripadajuća funkcija korisnosti.

Lako je utvrditi da »crveni« imaju jaku averziju prema riziku. Tako, na primer, oni su indiferentni između sigurne veličine 30 i lutrije $L = 0.9 \cdot 50 + 0.1 \cdot 10 = 46$. Dakle, spremni su da zamene sigurnih 30 tek za 46 nesigurnih.

Verovatnoća za dobijanje najboljeg rezultata (50) U_i	Komplementarna verovatnoća za dobijanje najlošijeg rezultata (10) $1-U_i$	Odgovarajući broj neuništenih PTT na cilju e_i
0.25	0.75	12
0.40	0.60	14
0.50	0.50	16
0.60	0.40	19
0.75	0.25	23
0.90	0.10	30

Nakon dobijanja funkcije korisnosti mogu se očitati vrednosti u_i za naše ostale rezultate, nakon čega prema aksiomi 3 dobijamo sledeće jednako vredne lutrije:

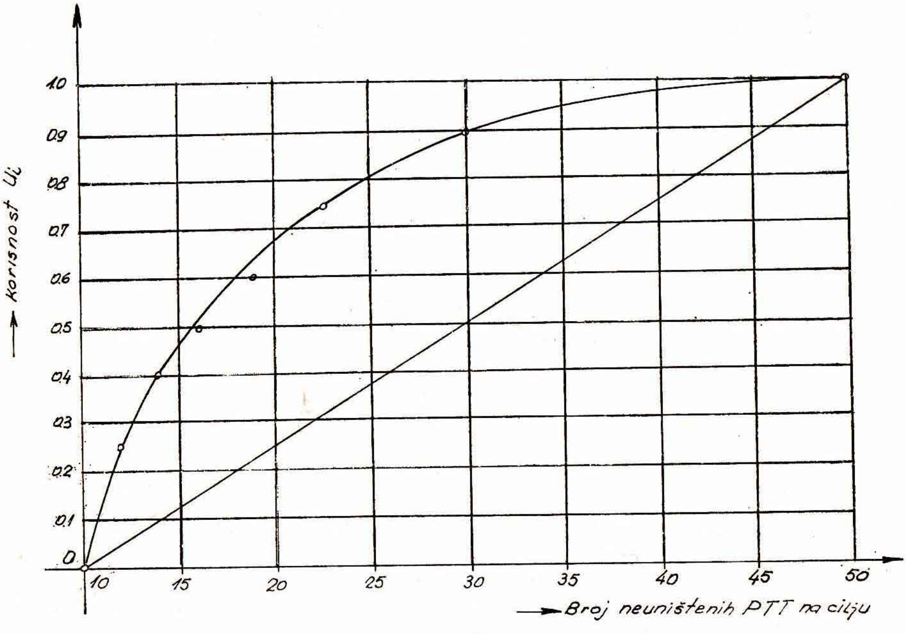
$e_2 = 45 \sim \tilde{e}_2 = (0.99 \cdot 50;\quad 0.01 \cdot 10);$
$e_3 = 40 \sim \tilde{e}_3 = (0.98 \cdot 50;\quad 0.02 \cdot 10);$
$e_4 = 35 \sim \tilde{e}_4 = (0.95 \cdot 50;\quad 0.05 \cdot 10);$
$e_5 = 25 \sim \tilde{e}_5 = (0.80 \cdot 50;\quad 0.20 \cdot 10);$

To znači da su »crveni«, na primer, indiferentni između sigurne vrednosti $e_2 = 45$ i lutrije u kojoj postoji verovatnoća $u_2 = 0.99$ da se dobije $e_1 = 50$ i verovatnoća $(1—u_2) = 0.01$ da se dobije $e_6 = 10$. Vrednost takve lutrije je, međutim, svih 49,6.

Pri tome su: $u_1 = 1.0$; $u_2 = 0.99$; $u_3 = 0.98$; $u_4 = 0.95$; $u_5 = 0.80$ i $u_6 = 0$.

Vrednosti u_1 do u_6 su verovatnoće u lutrijama indiferentnosti (kao na slici 4) i kako one predstavljaju procenu donosioca odluke kada je spreman da sigurnu vrednost zameni sa lutrijom u kojoj dobija ili najbolju (e_1) ili najgoru (e_6) situaciju, može se reći da te verovatnoće u_i predstvaljaju meru korisnosti rezultata e_i, sa stanovišta subjektivne procene rizika donosioca odluke.

Prema aksiomama 4, 5 i 6 sledi da veličinu u_i treba uzeti u proračun očekivanih vrednosti prema obrascu $p = p_1 u_1 + p_2 u_2 + + \dots p_r u_r$. To je isto kao da su rezultati e_{ij} u matrici plaćanja (originalne konsekvence) zamenjeni odgovarajućim vrednostima u_i, kako je to i prikazano novom matricom, a da su zatim izračunate očekivane vrednosti strategija S_1 i S_2 prema obrascu (2).



Sl. 5 — Funkcija korisnosti donosioca odluke

		Stanje prirode		
		N_1 0.25	N_2 0.50	N_3 0.25
Alternative	S_1	1	0.98	0
	S_2	0.99	0.95	0.80

Matrica u kojoj su originalne konsekvence e_{ij} zamenjene korisnostima u_i.

Dobijamo:

$$E\ (S_1) = 1 \cdot 025 + 0.98 \cdot 0.5 + 0 \cdot 0.25 = 0.74;$$

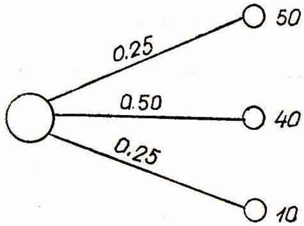
$$E\ (S_2) = 0.99 \cdot 0.25 + 0.95 \cdot 0.5 + 0.800 \cdot 0.25 = 0.91;$$

Strategija S_2 je, dakle, bolja sa stanovišta korisnosti koje uzimaju u obzir averziju donosioca odluke, prema riziku, izražene preko date funkcije korisnosti.

To ne znači da bi takvu odluku doneo i donosilac odluke koji ima manju averziju prema riziku, ili pak da bi isti donosilac odluke imao u nekim povoljnijim okolnostima istu averziju prema riziku.

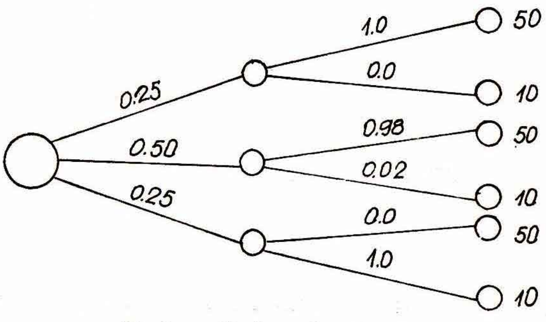
Pokazaćemo ispravnost rezultata i preko svođenja složene lutrije na jednostavnu.

Posmatrajmo strategiju S_1 kao lutriju (sl. 6).



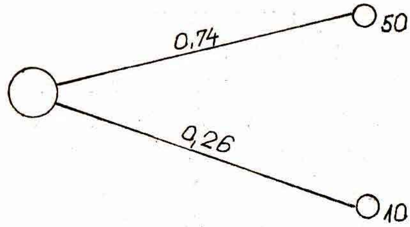
Sl. 6 — Lutrija S_1

Preko aksioma 3 i 4 transformiraćemo lutriju S_1 u složenu lutriju S'_1 (sl. 7). U stvari, zamenili smo sigurne vrednosti 50, 40 i 10 lutrijama dobijanja ekstremnih rezultata e_1 i e_6, uvođenjem odgovarajućih verovatnoća u_i iz funkcije korisnosti.



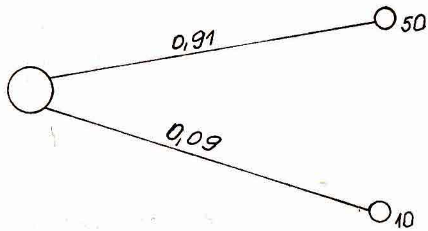
Sl. 7 — Složena lutrija S'_1

Prema aksiomi 2 svešćemo složenu lutriju S'₁ na jednostavnu S'₁ (sl. 8).



Sl. 8 — Lutrija S"₁

Na isti način dobili bismo za strategiju S_2 konačan izgled lutrije $S"_2$ (sl. 9).



Sl. 9 — Lutrija S"₂

Prema aksiomi 6, preferabilnija je ona lutrija čija je verovatnoća za najbolji rezultat veća, tj. $S_2 \gtrsim S_1$, jer je 0,91 > 0.74.

Na ovom primeru se mogao jasno uočiti uticaj odabranog merila efektivnosti pojedinih alternativa (strategija) na izbor najpovoljnije među njima. Ne menjajući kriterij maksimalne očekivane vrednosti dat izrazom (2), ali formalizirajući averziju donosioca odluke prema riziku korišćenjem funkcije korisnosti, utvrdili smo da strategije S_1 i S_2 nisu jednakovredne, kako je to bilo najpre izračunato.

Želimo li, dakle, da naše odluke u situacijama rizika budu u skladu sa našim subjektivnim procenama stepena rizika i averzije prema pojedinim konsekvencijama mogućih alternativa, a da to odlučivanje ipak bude konzistentno i lišeno improvizacija, onda moramo sprovesti opisani postupak izbora najpovoljnije alternative. Moramo najpre utvrditi vlastitu funkciju korisnosti (ili standardnu funkciju korisnosti za datu situaciju) za raspon unutar koga će se nalaziti najpreferabilnija i najnepreferabilnija vrednost (konsekvenca) iz matrice odlučivanja, zameniti zatim sve vrednosti odgovarajućim indeksima korisnosti u_i, te izračunati očekivane vrednosti svake alternative — strategije. Strategija kojoj pripada maksimalna očekivana vrednost korisnosti predstavljaće optimalnu strategiju u datim okolnostima.

Na taj način mogu se u odlučivanju pri riziku formalizirati subjektivne preferencije donosioca odluke prema konsekvencama različitih alternativa (koje se čak u originalnom modelu niti ne moraju izražavati u istim mernim jedinicama, budući da se sve svode na korisnost!), odnosno ponderisati rizik u različitim situacijama odlučivanja. Imajući u vidu da se i situacije odlučivanja pri neodređenosti mogu uslovno svesti na situaciju rizika, može se govoriti o dosta širokom polju mogućnosti korišćenja opisanog metoda.

U svakom slučaju nameće se potreba istraživanja mogućnosti sistematske primene Bernoullievog principa odlučivanja, selekcije i standardizacije funkcija korisnosti za različite realne situacije i u uslovima kakvi se predviđaju koncepcijama opštenarodne odbrane.

Major
mr Milovan STOJILJKOVIĆ

LITERATURA:

1. Bühlmann H., Loeffel H., Nievergelt E.
Einführung in die Theorie und Praxis der Entscheidung bei Unsicherheit Springer Verlag, Berlin, 1969.

2. Luce D. R., Raiffa H.
Games and Decisions: Introduction and Crutical Survey John Wiley and Sons, Inc., London New York 1964.

3. von Neumann J., Morgenstern O.
Teorija igr i ekonomičeskoe povedenie
Nauka, Moskva 1970.

4. Stojiljković M.
Odlučivanje u vojnoj organizaciji
Magistarski rad na Strojarsko-brodograđevnom fakultetu u Zagrebu, 1972.